সুষম বৈদ্যুতিক ক্ষেত্ৰত ৰখা দ্বিমেৰুৰ পৰ্যায়কালৰ প্ৰকাশ ৰাশি! —

সুষম বৈদ্যুতিক ক্ষেত্ৰত দ্বিমেৰু এটা ৰাখিলে দ্বিমেৰুত ক্ৰিয়া কৰা টৰ্কৰ মান,

$$\tau = PE\sin\theta$$

এই টৰ্কে দ্বিমেৰুটোক বৈদ্যুতিক ক্ষেত্ৰৰ অক্ষ ... ঘূৰাবলৈ প্ৰৱণতা থাকে। যদি θ কোণটো হ্ৰাস হোৱাৰ কৌণিক ত্বৰণ হয় আৰু বৈদ্যুতিক ক্ষেত্ৰৰ সাপেক্ষে জড়তা ভ্ৰামক I হয় তেন্তে,

$$\tau = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

ঘূৰ্ণন সাম্য অৱস্থাত,

$$-\frac{I d^2\theta}{dt^2} = PE\theta \quad \Big| \ \theta \text{ ৰ মান সৰু হোৱা বাবে } \sin\theta = \theta$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{PE}{I}\theta = 0 \longrightarrow (1)$$

আমি জানো, সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ অৱকল সমীকৰণ

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0 \longrightarrow (2)$$

সমীকৰণ (1) আৰু (2) তুলনা কৰি পাওঁ —

$$\omega^2 = \frac{PE}{I}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{PE}{I}}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{PE}}$$

গাউসের উপপাদ্য: (Gauss Theorem)

বিচ্ছিন্ন বা অবিচ্ছিন্ন বা বিন্দু আধানের ক্ষেত্রে গাউসের-উপপাদ্য প্রয়োগ করা হয়।

গাউসের উপপাদ্যের সাথে জড়িত বিষয়গুলি দরকারী কথা ——

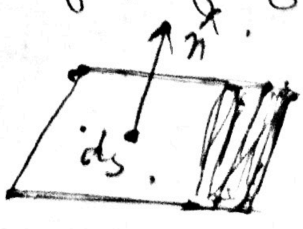
1) **ক্ষেত্র ভেক্টর (area vector)**: —

কোনো ক্ষেত্রের উপর অঙ্কিত লম্ব একক ভেক্টরের দিকই ক্ষেত্র ভেক্টর দিক হিসাবে ধরা হয়। বদ্ধ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রে বহির্মুখী অভিলম্বই ধরা হয়।

কোনো ক্ষেত্রের উপর টানা অভিলম্ব একক ভেক্টর এবং ক্ষেত্রফলের গুণফলকে ক্ষেত্র ভেক্টর বলে। অর্থাৎ,

ক্ষেত্র ভেক্টর

ক্ষেত্র ভেক্টর: $\boxed{\vec{dS} = \hat{n}.dS}$



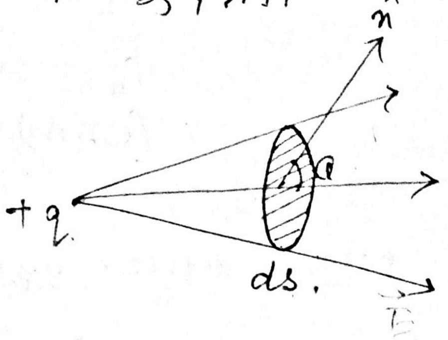
2) **বৈদ্যুতিক অভিবাহ (Electric Flux)**: —

বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রের কোনো ক্ষেত্রের কোনো

কোনো তলের লম্ব বরাবর উল্লম্বভাবে নির্গত হওয়া বা প্রবেশকারী মোট তড়িৎরেখার পরিমাণকে বৈদ্যুতিক ফ্লাক্স বলে।

বা

বৈদ্যুতিক তড়িৎ প্রাবল্য ($\vec{E}$) এবং ক্ষেত্রভেক্টর ($\vec{S}$) এর স্কেলার গুণফলকে বৈদ্যুতিক অভিক্ষেপ / ফ্লাক্স বলে।



চিত্র হতে,

ds ক্ষেত্র হতে নির্গত ফ্লাক্সের পরিমাণ,

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

$$\Rightarrow d\phi_E = E\,ds\cos\theta$$

$$\therefore \phi_E = \int d\phi_E$$

$$= ES\cos\theta$$

$$\therefore \phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}$$

$\phi = ES$
$= NC^{-1}m^2$
$= MLT^{-2}(AT)^{-1}L^2$

ϕ_E একটি স্কেলার রাশি। এর একক $NC^{-1}m^2$

ϕ_E এর মাত্রা,

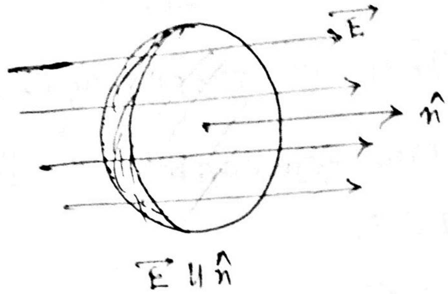
$$D[\phi_E] = [MLT^{-2}][AT]^{-1}[L^2]$$

$$= [ML^3T^{-3}A^{-1}]$$

75 যদি বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র প্রাবল্য ($\vec{E}$) এবং ক্ষেত্রের সমান্তরাল ক্ষেত্রফল ভেক্টর, ফ্লাক্সের মান ৩টি উপায়ে নির্ভর করে।

<u>Case-I</u>

যদি $\theta = 0^\circ$



$\therefore \phi_E = ES$

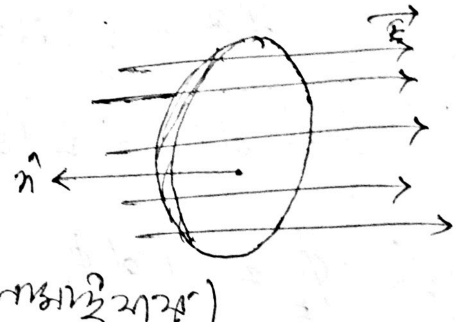
$\phi_E = +ive$ (ধনাত্মক মান)

$\vec{E} \parallel \hat{n}$

অর্থাৎ ক্ষেত্রের সমতলে বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রের লম্বদিকে অনুসারে এবং ক্ষেত্র ভেক্টর ও ক্ষেত্রের দিকে একই।

<u>Case-II</u>

যদি $\theta = 180^\circ$



$\therefore \phi_E = -ES$

$\phi_E = -ive$ (ঋণাত্মক মান).

অর্থাৎ ক্ষেত্রের সমতল এবং বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রের বিপরীতদিকে অবস্থান এবং $\vec{E} \uparrow\downarrow \hat{n}$।

<u>Case-III</u>

যদি $\theta = 90^\circ$, $\phi_E = 0$

অর্থাৎ ক্ষেত্রের সমতল এবং বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র সমান্তরাল এবং $\vec{E} \perp \hat{n}$।

* গাউসিয়ান তল (Gaussian Surface)

আহিত বস্তু বা আধানের চারিদিকে অংকিত কাল্পনিক পৃষ্ঠের প্রতিটি বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্যের মান ধ্রুবক থাকে ~~গাউসিয়ান~~ সেই কাল্পনিক পৃষ্ঠকে গাউসিয়ান পৃষ্ঠ বলে।

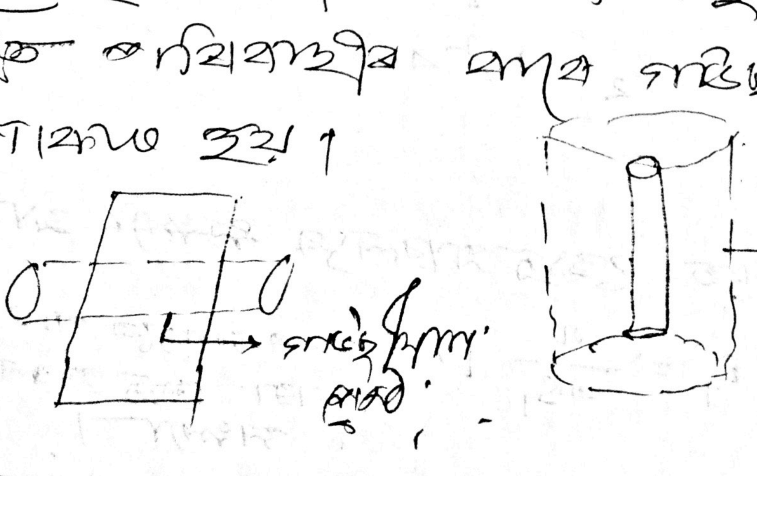
এর আকৃতি আহিত বস্তুর ~~আধানের~~ বা আধানের আকৃতির উপর নির্ভর করে।

(i) বিন্দু আধান বা গোলাকার আহিত পরিবাহীর জন্য:

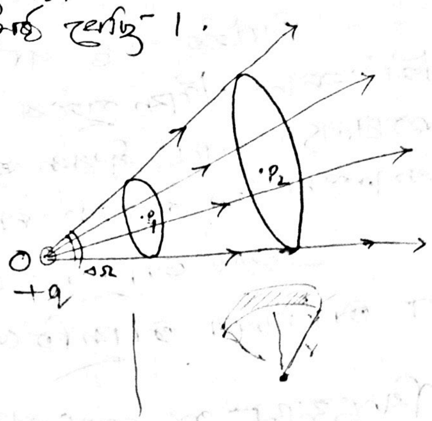
বিন্দু আধানের জন্য গাউসিয়ান পৃষ্ঠ.

গোলাকার পরিবাহীর জন্য.

(ii) দণ্ডাকৃতির দীর্ঘ পরিবাহীর অনুরূপ আহিত পরিবাহীর জন্য গাউসিয়ান পৃষ্ঠ গোলাকার হয়।



৪. প্রমাণ কর যে বিন্দু আধান কর্তৃক উদ্ভব ক্ষেত্র প্রাবল্যের মান দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।



সমাধান।

চিত্র হতে,

$r_1 = OP_1$

$r_2 = OP_2$

~~$\Delta\Omega =$~~

ধরি,

~~O হতে~~

r_1 দূরত্বে O বিন্দুতে ~~উৎপন্ন করা~~ উৎপন্ন করবে যেখানে ঘনকোণ

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S_1}{r_1^2} \quad | \ \Delta S_1 = P_1 \text{ এর ক্ষেত্রফল}$$

$$\Rightarrow \Delta S_1 = r_1^2 \Delta\Omega$$

আবার,

r_2 দূরত্বে O বিন্দুতে উৎপন্ন করবে যেখানে ঘনকোণ,

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S_2}{r_2^2} \quad | \ \Delta S_2 = P_2 \text{ তে ক্ষেত্রফল}$$

$$\Rightarrow \Delta S_2 = r_2^2 \Delta\Omega$$

ধরি, P_1 বিন্দুতে ক্ষেত্রপ্রাবল্যের ~~মান~~ মান,

$$E_1 = \frac{n}{\Delta S_1} \quad | \ n = \Delta S_1 \text{ এর মধ্য দিয়ে যাওয়া ক্ষেত্র রেখার সংখ্যা।}$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{n}{r_1^2 \Omega} \text{ —}$$

P_2 বিন্দুতে ক্ষেত্রপ্রাবল্যের

$$E_2 = \frac{n}{\cancel{\Delta S_2}} \ |$$

$$= \frac{n}{r_2^2 \Omega} \text{ —}$$

$$\therefore \frac{(i)}{(ii)} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{n}{r_1^2 \Omega}$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1}$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{(}$$

$$\therefore E \propto \frac{1}{r^2}$$

অর্থাৎ দূরত্ব কমলে

বাড়ে মান। ক্ষে

ক্ষেত্রপ্রাবল্যের

৫.

চিত্র হতে পাই

এর মান উল্লিখিত

$$\Rightarrow E_1 = \frac{n}{r_1^2\Omega} \longrightarrow (i)$$

P_2 বিন্দুতে তড়িৎপ্রাবল্যের মান,

$$E_2 = \frac{n}{r_2^2\Omega} \quad \Big| \; n = P_2 \text{ বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্যের সংখ্যা}$$

$$= \frac{n}{r_2^2\Omega} \longrightarrow (ii)$$

$$\therefore \frac{(i)}{(ii)} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{n}{r_1^2\Omega} \times \frac{r_2^2\Omega}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \qquad r_2 > r_1$$

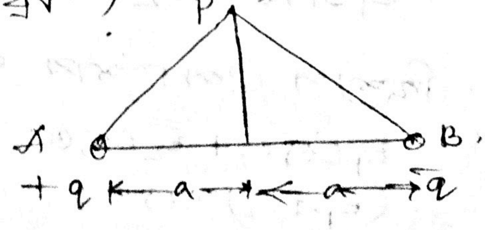
$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \qquad \frac{E_1}{E_2} > 1$$

$$E_1 > E_2$$

$$\therefore E \propto \frac{1}{r^2}.$$

অর্থাৎ দূরত্ব কমানোর সাথে সাথে তড়িৎ প্রাবল্যের মান বাড়তে থাকে। তেমনি বিন্দুদ্বয় অবস্থানের ওপর তড়িৎপ্রাবল্যের মান নির্ভর করে।

৩) চিত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা করো —— P বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্যের মান নির্ণয়?



* গাউসের উপপাদ্যের প্রয়োগের শর্ত!

১। গাউসের উপপাদ্য সকল প্রকার বদ্ধ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয়।

২। সমসংস্থিত সমমিত আধানের বিন্যাসে ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

* গাউসের উপপাদ্য (Gauss Theorem)

কোনো একটি বদ্ধ পৃষ্ঠের মধ্য নির্গত বৈদ্যুতিক ফ্লাক্স বা ~~মুক্ত~~ মুক্ত আধানের ক্ষেত্রে অভিলম্ব আবেশ (TNE) বা আধানের ক্ষেত্র আনুপাতিক সমান আবদ্ধ পৃষ্ঠের আধান (q) এবং $\frac{1}{\epsilon_0}$ এর গুণফলের সমান। অর্থাৎ,

$$\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

কোনো মাধ্যমে বৈদ্যুতিক আবদ্ধ পৃষ্ঠের মধ্যে

$$\phi = \frac{q}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}$$

৪। *প্রমাণ (proof)*

~~চিত্রসহ~~,

+q বিন্দুআধান আছে ...

K ব্যাসার্ধের ~~আধানের~~ ...

গাউসীয় পৃষ্ঠের d ...

ক্ষেত্রে বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র ...

ds ক্ষেত্রের মধ্য দিয়ে ...

$d\phi_E = \vec{E}$ ...

$= E$ ...

∴ সম্পূর্ণ গাউসীয় ...

ফ্লাক্সের পরিমাণ ...

$\phi_E = ($ ...

$=$ ...

$=$ ...

∴ ϕ_E ...

আবদ্ধ ...

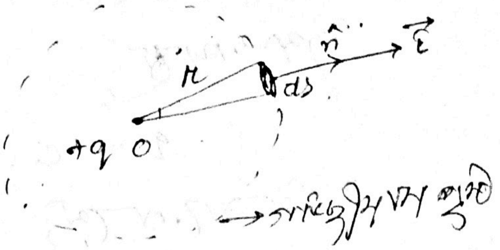
৫। একটি কুলম্ব ...

~~আধানের~~ ...

প্রমাণ (proof)

~~মনে~~করি,

+q বিন্দু আধান আধানের



r ব্যাসার্ধের ~~আধানের~~

গাউসীয়ান পৃষ্ঠের ds অংশ।

~~ক্ষেত্রত~~ বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র, $\vec{E}$ এবং $\hat{n}$ একই দিকে আছে।

ds অংশের মধ্য দিয়ে নির্গত হওয়া ফ্লাক্সের পরিমাণ,

$$d\phi_E = \vec{E}\cdot\hat{n}\cdot ds = E\,ds\cos 0 =$$

$$= E\,ds$$

∴ সম্পূর্ণ গাউসীয়ান পৃষ্ঠের মধ্য দিয়ে নির্গত মোট

ফ্লাক্সের পরিমাণ,

$$\phi_E = \oint E\,ds$$

$$= E\oint ds$$

$$= E\cdot 4\pi r^2$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\times 4\pi r^2$$

$$\therefore \boxed{\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}}$$

অপরিবাহী মাধ্যমে হলে,

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0\epsilon_r}$$

Q.8. 2 mC কুলম্ব বিন্দু আধান ~~আধানের মধ্য~~ দিয়ে নির্গত মোট ফ্লাক্সের পরিমাণ নির্ণয় কর।

-সমাধান:

দিয়া আছে,

$q = 1C.$

আমি জানো যে,

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\, N^{-1} m^{-2} C^2$

$\therefore \phi_E = \dfrac{1}{8.85 \times 10^{-12}}$

$Q = q/\epsilon_0$

$= \dfrac{1}{8.85} \times 10^{12}$

$= 0.129 \times 10^{12}$

$= 1.129 \times 10^{11}\, NC^{-1} m^2.$

Q. বৈদ্যুতিক ক্ষেত্ৰৰ মান বিন্দু আধানৰ আকৃতি বা আকাৰৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰেনে?

Q. গাউছৰ উপপাদ্যৰ দ্বাৰা কুলম্বৰ সূত্ৰ প্ৰতিপাদন কৰা।

* গাউছৰ উপপাদ্যৰ ব্যৱহাৰ: (Uses of Gauss's Theorem).

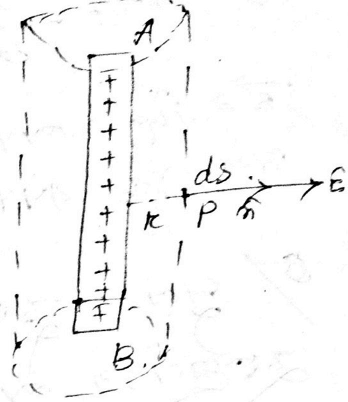
(i) অসীম দীঘলীয়া আহিত ~~তাঁৰ~~ (সুষমভাৱে আহিত) কোনো তাঁৰৰ বাবে -

(Ramnath Kabindra.)

* Field due to an infinity long straight uniform wire.

- প্ৰমাণ

বিবেচনা, λ ৰৈখিক আধান ঘনত্বৰ



AB দীঘল তাঁৰডালৰ বাবে r ব্যাসাৰ্দ্ধৰ P বিন্দুত কেন্দ্ৰ কৰি বেলন কল্পনা কৰা হ'ল। r ব্যাসাৰ্দ্ধৰ গাউছিয়ান পৃষ্ঠৰ ক্ষেত্ৰৰ ds মাজেৰে নিৰ্গত ফ্লাক্সৰ পৰিমাণ,

$$d\phi_E = \vec{E}\cdot\hat{n}\,ds$$

$$= E\,ds \quad \Big|\ \because \vec{E} \parallel \hat{n}$$

∴ সম্পূৰ্ণ গাউছিয়ান পৃষ্ঠৰ মাজেৰে নিৰ্গত মুঠ ফ্লাক্সৰ পৰিমাণ,

$$\phi_E = \oint E\,ds.$$

$$= E(2\pi r)l \quad \Big/\ l = AB \text{ তাঁৰডালৰ দৈৰ্ঘ্য}$$

আকৌ, গাউছৰ উপপাদ্যৰ মতে,

$$\phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Big|\ \because Q = \lambda l$$

~~$\Rightarrow Q = \lambda l$~~

$$\therefore \frac{\lambda l}{\epsilon_0} = E \times 2\pi r l$$

$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$ ~~পার্শ্বিকতলে~~

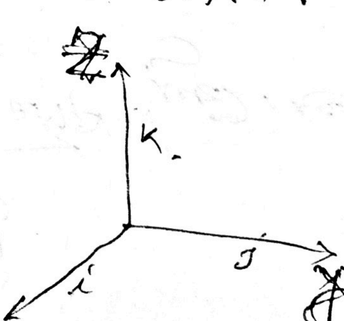
85

E এর দিক পার্শ্বিকতলের কেন্দ্রের লম্ব বরাবর বাহিরের দিকে।

8/ সুষম ~~চৌম্বক~~ বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রে রাখা গোলকটির পার্শ্বিকতলের মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত মোট তড়িৎ ফ্লাক্স শূন্য দেখাও।

দেখাও যে সুষম বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রে স্থাপিত সমান্তরাল আবদ্ধ গোলকটির পৃষ্ঠের মধ্য দিয়ে মোট তড়িৎ ফ্লাক্স শূন্য।

9/ যদি $E = 3i + 6j + 4k$ N/C হয়, তবে yz সমতলের সাথে $20\,cm^2$ ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট সমান্তরাল তলের মধ্য দিয়ে তড়িৎ ফ্লাক্স নির্ণয় কর।



* গাউসের উপপাদ্য প্রমাণ।

প্রমাণ:

কেন্দ্রে q আধান ... গাউসীয় তল ... সমগ্র তলের ... অতিক্রান্ত,

$d\phi$

∴ মোট ... অতিক্রান্ত,

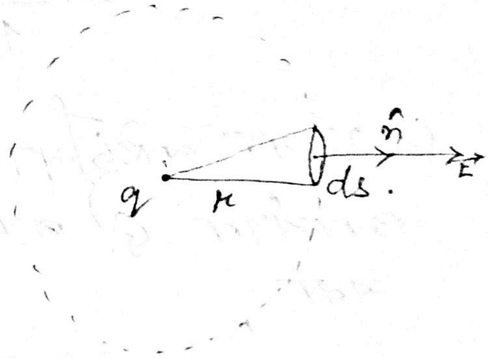
আবদ্ধ ...

∴ ① অনুসারে ...

* গাউসের উপপাদ্যের সাহায্যে কুলম্বের সূত্র প্রতিষ্ঠা কর।

সমাধান:

ধরা যাক, r ব্যাসার্ধের গোলকের কেন্দ্রে q আধান আছে। তাহলে গাউসীয় তলের ds ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে মোট ফ্লাক্স পাওয়া যাবে,



$$d\phi_E = \vec{E}\cdot\vec{ds} \quad | \because \cancel{\cos\theta} \; \theta = 0^\circ$$
$$= E\,ds$$

∴ সম্পূর্ণ তলের মধ্য দিয়ে মোট ফ্লাক্স পাওয়া যাবে,

$$\phi_E = \oint d\phi_E$$
$$= \oint E\,ds$$
$$= E\oint ds$$
$$\therefore \phi_E = E\cdot 4\pi r^2 \longrightarrow (1)$$

আবার গাউসের সূত্র হতে,

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \longrightarrow (2)$$

∴ (1) এবং (2) হতে পাই,

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

যেহেতু গাউসিয়ান ক্ষেত্রে একটি বিন্দুতে অবস্থিত Q চার্জের উপর ক্রিয়াশীল বল হবে,

$$F = QE$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{r^2}$$

অর্থাৎ

$$F \propto Qq \qquad \left| \because \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \text{Constant} \right.$$

$$\propto \frac{1}{r^2}$$

এইটাই কুলম্বের সূত্র।

2016 ৪। সুষম বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রে রাখা ক্যাপাসিটরের পাতদ্বয়ের মধ্যে সঞ্চিত শক্তির রাশিমালা নির্ণয় কর?